OBECNÉ VOĽBY

Kontext obecných volieb je reálny, čísla vyjadrujúce počty hlasov a najmä percent však v skutočnosti nie sú také „pekné“ ako v našich úlohách (počty percent sú spravidla zaokrúhlené, preto z nich počty hlasov nemožno vypočítať úplne presne. Tomu sa venujeme napr. v téme Prezidentské voľby alebo v úlohe 5 témy Miera nezamestnanosti). Naším cieľom v tomto prípade nebola práca s nepresnými (zaokrúhlenými) hodnotami, preto sme zvolili „pekné“ čísla, aby sme sa mohli sústrediť na iné ciele.

Téma sa skladá z dvoch častí:

Prvú časť tvoria úlohy 1 až 5. Prvé dve sú zamerané na čítanie s porozumením, t.j. testujú, do akej miery žiaci rozumejú daným diagramom. Úlohy 3 až 5 testujú prácu žiakov s percentami.

Úloha 6 má uľahčiť žiakom tipovanie (voľbu vhodných hodnôt) pri riešení úloh 7 a 8. Túto úlohu môže riešiť učiteľ spoločne so žiakmi, prípadne učiteľ predvedie žiakom jej riešenie. Dôležité je, aby si žiaci uvedomili, že čísla, ktoré budú navrhovať pri riešení úloh 7 a 8, musia byť násobkami 20 (pričom každé z nich musí byť väčšie ako 50).

Úlohu 7 odporúčame riešiť v skupinách alebo spoločne. Nasledovať by mala diskusia o možných prístupoch k jej riešeniu.

Úlohu 8 by mali riešiť žiaci samostatne (na základe skúseností z diskusie o riešení úlohy 7), je možné zadať ju aj s istým časovým odstupom po riešení úlohy 7.

1. **V Hornom konci**.
2. **30 %**
3. **80 hlasov**
4. **O 20 hlasov**.

   Existujú dva možné postupy:

   1. zistíme počet hlasov odovzdaných Eve (40 % z 200 je 80) a Stanislavovi (30 % z 200 je 60) a odčítame,
   2. odčítame percentuálne zisky Evy a Stanislava ($40\,\% - 30\,\% = 10\,\%$) a určíme 10 % z 200 hlasov.

   Poznámka. V prípade „pekných” čísel (o ktorých hovoríme pred riešením úlohy 1) sú výsledky získané uvedenými postupmi rovnaké. V prípade “nepekných” čísel to tak nemusí byť, zaokrúhľovanie počtu percent získaných hlasov by mohlo spôsobiť rozdiel medzi prvým a druhým výsledkom.

5. **Voľby by vyhrala Eva.**

   Zisky jednotlivých kandidátov by boli:

   Stanislav: $40+5+60=105$, Rudolf: $30+10+30=70$,

   Karol: $20+15+30=65$, Eva: $10+20+80=110$.

6. $35\,\%=\frac{35}{100}=\frac{7}{20}$, $30\,\%=\frac{30}{100}=\frac{3}{10}$. Počty hlasov musia byť celé čísla, teda celkový počet hlasov v okrsku Dolný koniec musí byť také číslo *P*, aby $\frac{7}{20}$ aj $\frac{3}{10}$ z neho – teda $\frac{7}{20}P$ aj $\frac{3}{10}P$ – boli celé čísla. Preto *P* musí byť násobok 20.

   (Z rovnakej úvahy vyplýva, že pre Centrum by to boli násobky 5, pre Horný koniec násobky 20. Keďže ale počet hlasov pre Centrum je $800-P_{Hk}-P_{Dk}$, pričom číslo 800 aj počty hlasov P_{Hk}, P_{Dk} v Hornom aj Dolnom konci sú násobky 20, tak počet hlasov pre Centrum musí byť tiež násobok 20.)

7. Predpokladáme, že žiaci budú riešiť úlohu tipovaním a že nebudú tipovať úplne nezmyselne. Napríklad si uvedomia, že

   - Karol porazil Stanislava iba v okrsku Dolný koniec, preto za celkový počet hlasov v tomto okrsku nemožno voliť malé číslo,

- v okrsku Centrum získal Karol menej percent hlasov ako Eva aj ako Stanislav, preto tam treba dať málo z celkového počtu 800 hlasov.

Karol vyhrá napríklad pri rozdelení hlasov: 100, 600, 100 (v takom prípade by celkové počty získaných hlasov boli: Stanislav 265, Karol 275 a Eva 260).

Inou možnosťou je algebraický prístup. Ak označíme počty hlasov v jednotlivých okrskoch *A, B, C*, tak Stanislav získa $0{,}4A+0{,}3B+0{,}45C$ hlasov, Karol $0{,}2A+0{,}35B+0{,}45C$ hlasov a Eva $0{,}4A+0{,}35B+0{,}1C$ hlasov. Podľa zadania má platiť

$$0{,}2A+0{,}35B+0{,}45C>0{,}4A+0{,}3B+0{,}45C, \qquad \text{odtiaľ} \qquad B>4A \qquad (*)$$

a súčasne

$$0{,}2A+0{,}35B+0{,}45C>0{,}4A+0{,}35B+0{,}1C, \qquad \text{odtiaľ} \qquad 7C>4A \qquad (**)$$

Vhodné hodnoty *A, B, C* spĺňajúce nerovnosti (*) aj (**) môžeme nájsť skúšaním. Napr.: Zvolíme $A=60$ (to je najmenší násobok 20, ktorý je väčší ako 50, pozri text pred úlohou 6 a riešenie úlohy 7). Potom z (*) aj (**) dostaneme

$$B>240,\ 7C>240.$$

Zostáva zvoliť *B, C* tak, aby boli splnené tieto nerovnosti, súčet $B+C$ bol 740 a *B, C* boli násobky 20 (pozri riešenie úlohy 7). Také *B, C* sú napr. $B=280$, $C=460$.

Poznámka: Podmienky (*), (**) možno použiť pri kontrole žiackych riešení: správne sú len tie riešenia úlohy 6, ktoré spĺňajú podmienky (*), (**) a navyše platí

$$A+B+C=800, \quad A,B,C\geq 50 \quad a \quad A,\ B,\ C \text{ sú násobky } 20.$$

8. Eva by vyhrala napríklad pri rozdelení 300, 440, 60 (zisky by boli: Stanislav 279, Karol 241 a Eva 280). Pri tipovaní si treba uvedomiť, že v okrsku Horný koniec utrpela Eva porážku, preto tam treba dať málo z celkového počtu 800 hlasov. Najmenší možný počet je 60 (musí to byť číslo väčšie ako 50 a súčasne násobok 20).

   Zopakovaním algebraického prístupu z úlohy 7 dostaneme podmienky

$$0{,}4A+0{,}35B+0{,}1C>0{,}4A+0{,}3B+0{,}45C, \qquad \text{odtiaľ} \qquad B>7C, \qquad (+)$$

$$0{,}4A+0{,}35B+0{,}1C>0{,}2A+0{,}35B+0{,}45C, \qquad \text{odtiaľ} \qquad 4A>7C. \qquad (++)$$

   Správne sú preto tie riešenia, pre ktoré platí

$$B>7C,\ 4A>7C, \qquad A+B+C=800, \qquad A,B,C\geq 50 \quad \text{a} \quad A,\ B,\ C \text{ sú násobky } 20.$$

   Tieto podmienky sú splnené len pre $C=60$, pričom hodnota A je niektoré z čísel 120, 140, ..., 300 a $B=740-A$.

   Poznámka: Pre $C=80$ už riešenie neexistuje: Keby sme zvolili $C=80$, boli by najmenšie násobky 20 spĺňajúce podmienky (+) a (++) čísla $B=580$, $A=160$. Pre tieto hodnoty je však už súčet $A+B+C$ väčší ako 800.